

9 класс

**Задача 1. Постоянная планка**

При каких значениях массы  $M$  возможно равновесие грузов на массивной однородной планке (рис. 1)? Нити и блоки невесомы. Трения нет. Масса  $m$  известна.

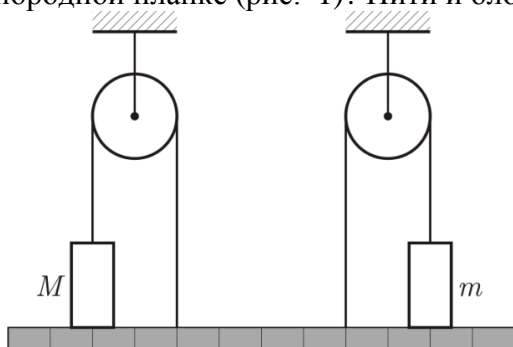


рис. 1

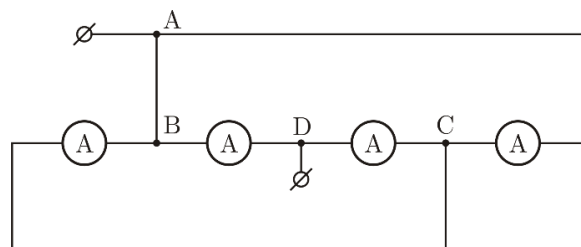


рис. 2

**Задача 2. Карлсон уже не тот**

Однажды у Карлсона заглох моторчик, и он стал падать вертикально вниз с постоянной скоростью  $v_1 = 6$  м/с. После ремонта мотор стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого, при вертикальном подъеме Карлсон выходил на скорость  $v_2 = 3$  м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полете? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

**Задача 3. Амперметры**

Из четырёх одинаковых амперметров собрали цепь (рис. 2), которую подключили к источнику с небольшим напряжением. Определите силу тока, текущего через переключку АВ (сопротивление переключки и соединительных проводов много меньше сопротивления амперметра), если сумма показаний всех амперметров  $I_0 = 49$  мА.

**Задача 4. Полёт**

Скорость камня, брошенного с горизонтальной плоскости под углом к горизонту, через время  $\tau = 0,5$  с после броска составляла  $\alpha = 80\%$  от начальной скорости, а ещё через  $\tau$  соответственно  $\beta = 70\%$ .

Найдите полное время полёта камня.

На каком расстоянии от места броска упал камень?

Ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, сопротивлением воздуха пренебречь.

**Задача 5. Положение Солнца**

На листе с приведённой фотографией (рис. 3) восстановите положение Солнца и верхнего края забора. Все построения проводите непосредственно на выданном листе с фотографией и по окончании тура сдайте его вместе с работой. В своей тетради приведите необходимые пояснения.

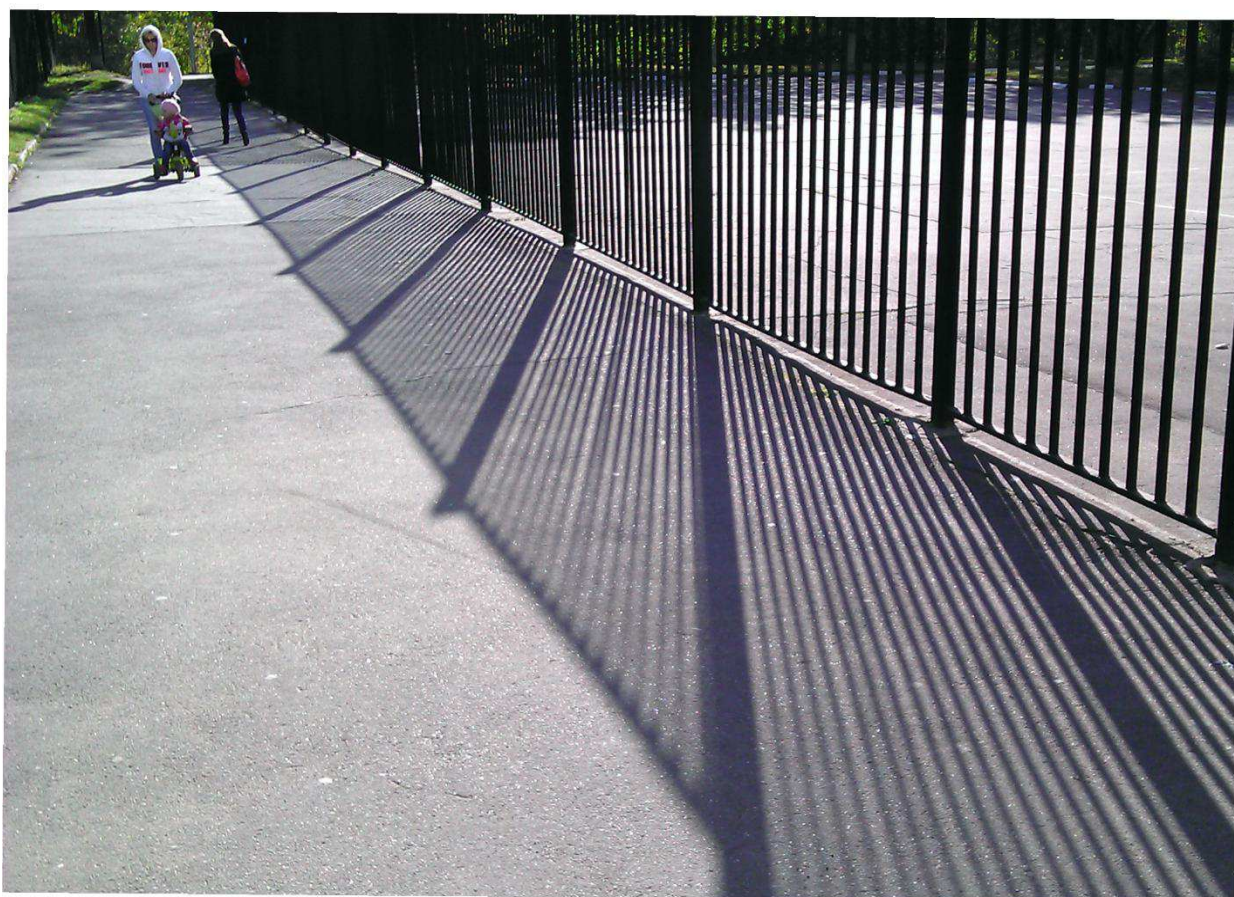


рис. 3

10 класс

Задача 1. Ящик с пружинами

Внутри черного ящика находятся две легкие пружины с жесткостями  $k$  и  $2k$ , связанные легкой нерастяжимой нитью, и легкий подвижный блок (рис. 4). В начальном состоянии, внешняя сила  $F = 6$  Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины  $x = 1$  см. Какую минимальную работу  $A$  должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на  $x$ ?

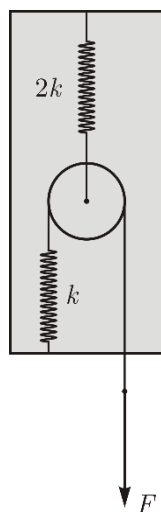


рис. 4

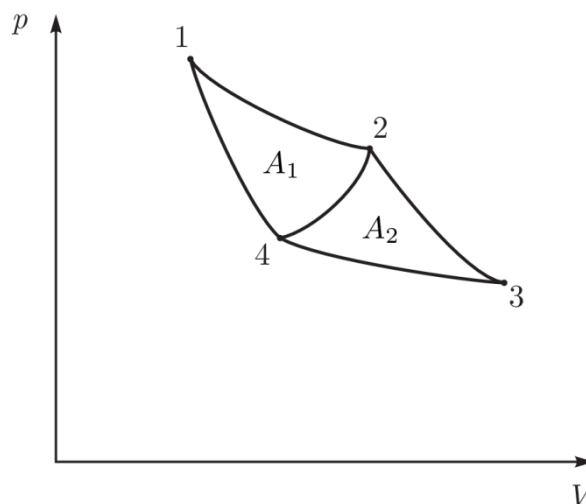


рис. 5

Задача 2. Два в одном

На  $pV$ -диаграмме (рис. 5) изображены три замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1-2-4-1, 2-3-4-2 и 1-2-3-4-1. На участках 1-2 и 3-4 температура газа постоянна, а на участках 2-3 и 4-1 газ теплоизолирован. Известно, что в процессе 1-2-4-1 совершается работа  $A_1 = 5$  Дж, а в процессе 2-3-4-2 —  $A_2 = 4$  Дж. Найдите коэффициент полезного действия процесса 1-2-3-4-1, если коэффициенты полезного действия процессов 1-2-4-1 и 2-3-4-2 равны.

Задача 3. Приключения пробирки

Пробирка длиной  $l = 35$  см, содержащая воздух при температуре  $T_0 = 300$  К, полностью погружена в ртуть плотностью  $\rho = 13\,600$  кг/м<sup>3</sup> так, что дно пробирки касается поверхности жидкости и пробирка вертикальна. При этом жидкостью заполнена часть пробирки длиной  $h = 10$  см. Пробирку поднимают вверх до тех пор, пока её нижний край не достигнет поверхности ртути (пробирку из ртути не вынимают). Считайте, что в процессе подъема температура воздуха в пробирке не менялась. Затем температуру воздуха в пробирке изменили, и ртуть снова заполнила часть пробирки длиной  $h$ . Найти конечную температуру воздуха в пробирке  $T$ . Атмосферное давление  $p_0 = 10^5$  Па.

**Задача 4. Сложный сплав**

Из сплава с линейно изменяющимся от расстояния удельным сопротивлением изготовлены два тонких проводника одинаковой длины с вдвое отличающейся площадью сечения. Удельное сопротивление с одного конца каждого из проводников равно  $\rho_1$ , а с другого  $\rho_2$ . Проводники соединили параллельно и подключили к идеальному источнику с напряжением  $U$ , а к их серединам (точки  $a$  и  $b$ ) подключили идеальный вольтметр (рис. 6). Найдите показание вольтметра  $V$ .

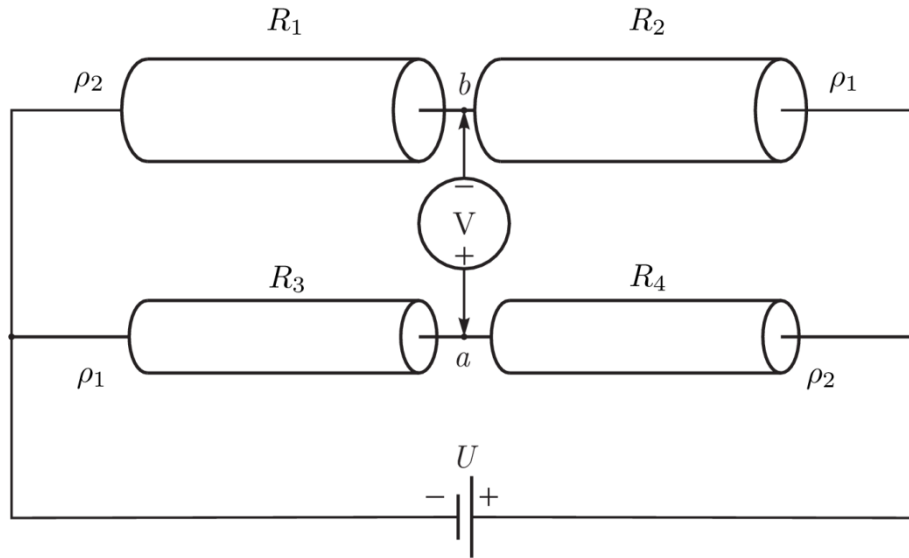


рис. 6

**Задача 5. Две шайбы**

На гладкой поверхности находятся две одинаковых гладких шайбы радиуса  $R$ . Одной из шайб сообщают скорость  $v_0$  вдоль оси  $x$  (рис. 7). Спустя некоторое время произошёл абсолютно упругий удар. При каком значении прицельного параметра  $d$  проекция скорости второй шайбы на ось  $y$  максимальна?

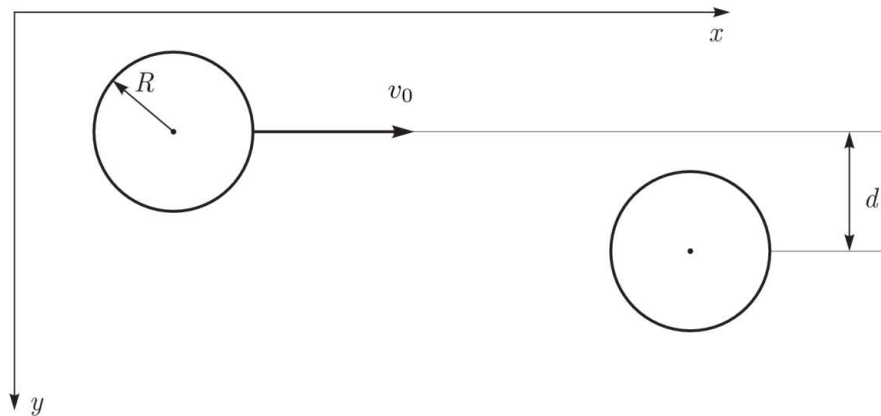


рис. 7

11 класс

**Задача 1. Математический маятник**

Маленький шарик колеблется на лёгкой нерастяжимой нити в поле тяжести  $g$  с большой угловой амплитудой  $\alpha$ . Найдите ускорение, с которым движется шарик в момент времени, когда натяжение нити в 4 раза превышает минимальное значение. Найдите наименьшую амплитуду колебаний  $\alpha_{\min}$  при которой возможна такая ситуация.

**Задача 2. Перезарядка конденсаторов**

Три одинаковых конденсатора ёмкостью  $C$ , резистор сопротивлением  $R$  и диод включены в схему, представленную на рис. 8. Вольтамперная характеристика диода представлена на рис. 9. Первоначально левый (на рисунке) конденсатор заряжен до напряжения  $U_0$ , при этом заряд верхней пластины — положительный. Два других конденсатора не заряжены, ключ разомкнут. Затем ключ замыкают.

Определите:

1. напряжение на конденсаторах через большой промежуток времени после замыкания ключа;
2. количество теплоты, которое выделится в схеме к этому моменту времени;
3. количество теплоты, выделившейся к этому моменту на диоде;
4. количество теплоты, выделившейся к этому моменту на резисторе.

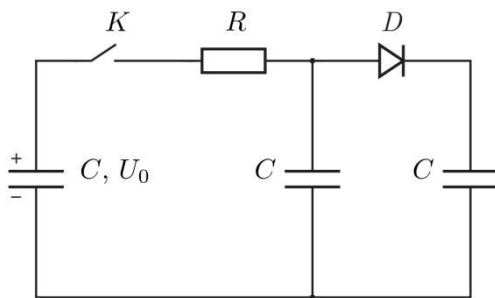


рис. 8

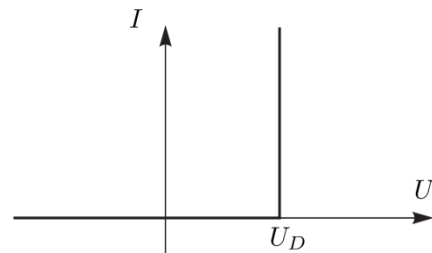


рис. 9

**Задача 3. Ускорение доски**

На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска длиной  $L$  и массой  $M$ . На краю доски покоится небольшой брусок. На брусок начинает действовать постоянная горизонтальная сила, так что он движется вдоль доски с ускорением, которое больше ускорения доски. Найдите ускорение с которым двигалась доска, если за время движения по ней бруска выделилось количество теплоты  $Q$ .

**Задача 4. Циклический процесс**

На рис. 10 представлен график циклического процесса, совершённого над идеальным многоатомным газом. Найдите КПД этого процесса.

*Примечание:* процесс с постоянной теплоёмкостью  $C$  называется политропическим и для идеального газа задаётся уравнением

$$pV^{\frac{C_p - C}{C_v - C}} = \text{const},$$

где  $C_p$  — теплоёмкость газа при постоянном давлении, а  $C_v$  — теплоёмкость газа при постоянном объёме.

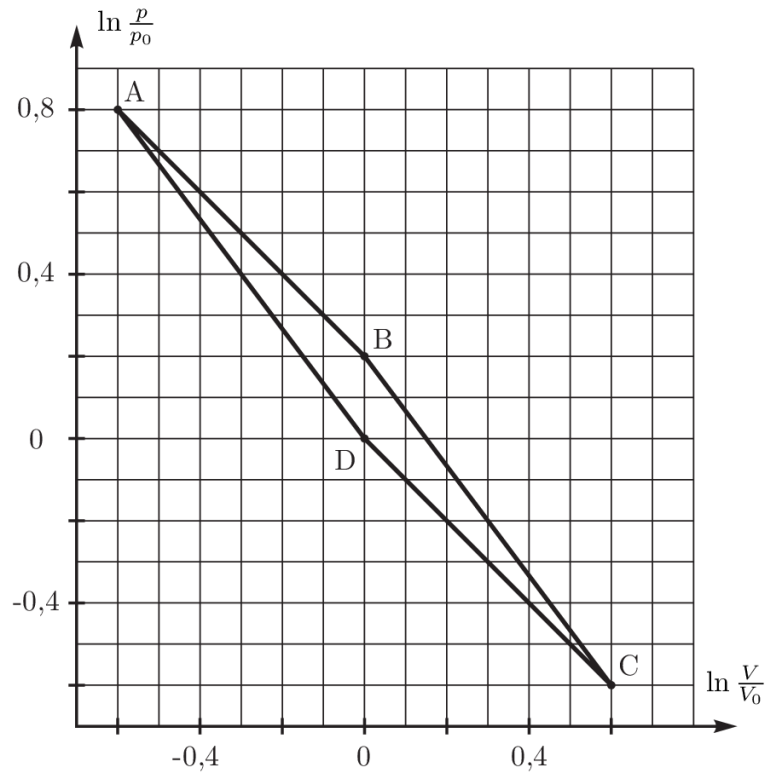


рис. 10

### Задача 5. Провисла-натянулась

На гладкой горизонтальной плоскости находятся три бруска, массы которых равны  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . На рис. 11 приведён вид сверху. Упругая лёгкая резинка связывает бруски 1 и 2 и проходит через блок, прикреплённый к бруску 3. Трения в системе нет. Исходно бруски неподвижны, а резинка чуть провисает. Бруску 3 ударом (мгновенно) сообщают скорость  $V$ .

1. Найдите скорости брусков в момент, когда растяжение резинки наибольшее.
2. Какими будут скорости брусков, когда резинка снова провиснет?
3. В случае, когда  $V = 1$  м/с,  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 2$  кг,  $m_3 = 3$  кг найдите скорость  $v_3$  третьего бруска, когда растяжение резинки наибольшее.

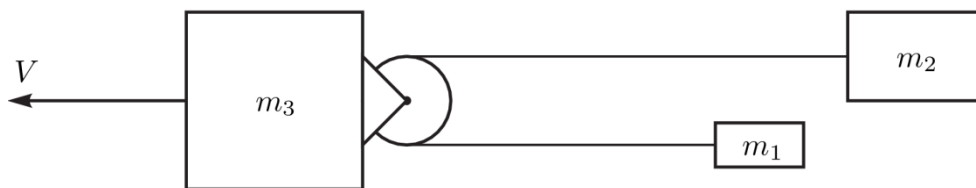


рис. 11

## Возможные решения 9 класс

### Задача 1. Постоянная планка

Равновесие возможно, если существуют отличные от нуля силы реакции грузов и планки и силы натяжения нитей. Для нахождения сил натяжения рассмотрим только внешние силы, действующие на систему грузы+блоки+планка. Правила моментов относительно точек  $O_1$  и  $O_2$ , лежащих на линиях действия сил натяжения верхних нитей (рис. 12), имеют вид:

$$Mgx + 2T_2 6x = 2mg 3x + mg 7x \quad (\text{относительно полюса } O_1),$$

$$mgx + 2T_1 6x = 2mg 3x + Mg 7x \quad (\text{относительно полюса } O_2).$$

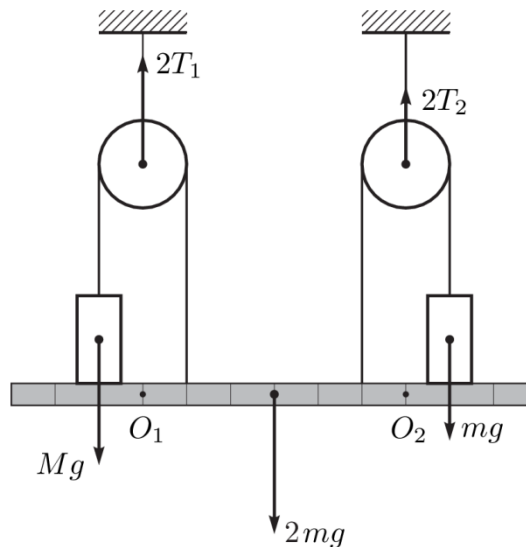


рис. 12

Откуда  $T_1 = \frac{5m + 7M}{12} g$ ,  $T_2 = \frac{13m - M}{12} g$ .

Видно, что левая нить не провисает при любых массах  $M$ , а правая натянута при  $M < 13m$ . Запишем условия равновесия для каждого из грузов в отдельности:

$$Mg = T_1 + N_1,$$

$$mg = T_2 + N_2.$$

Откуда с учетом выражений для сил натяжения силы реакции равны:  $N_1 = 5(M - m)g / 12$  и  $N_2 = (M - m)g / 12$ . Положительные значения сил реакции будут только при  $M > m$ .

Окончательно, равновесие системы возможно для  $m < M < 13m$ .

**Задача 2. Карлсон уже не тот**

По условию сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, то есть задаётся формулой  $kv^2$ . При свободном падении сила тяжести равна силе сопротивления:

$$mg = kv_1^2, \text{ откуда } k = \frac{mg}{v_1^2}.$$

Обозначим силу тяги моторчика после ремонта  $F_T$ . При вертикальном взлёте сила тяги равна сумме силы тяжести и силы сопротивления:

$$F_T = mg + kv_2^2 = mg \left( 1 + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right).$$

При горизонтальном полёте сила тяги компенсирует силу тяжести, направленную вертикально и силу сопротивления, направленную горизонтально:

$$F_T^2 = mg^2 + kv_3^2^2 = mg^2 \left( 1 + \left( \frac{v_3}{v_1} \right)^4 \right).$$

Из приведённой выше системы уравнений найдём  $v_3$ :

$$v_3 = \sqrt[4]{v_2^2 v_2^2 + 2v_1^2} \approx 5,2 \text{ м/с.}$$

**Задача 3. Амперметры**

Пронумеруем амперметры слева направо (

рис. 13) и изобразим эквивалентную схему (рис. 14). Поскольку все амперметры одинаковые, одинаковы и их внутренние сопротивления. Значит,  $I_1 = I_4 = I$ ,  $I_3 = I_1 + I_4 = 2I$ . Обозначим внутреннее сопротивление амперметра  $r$ , тогда напряжение источника равно

$$U = I_1 r + I_3 r = 3Ir = I_2 r, \text{ откуда } I_2 = 3I.$$

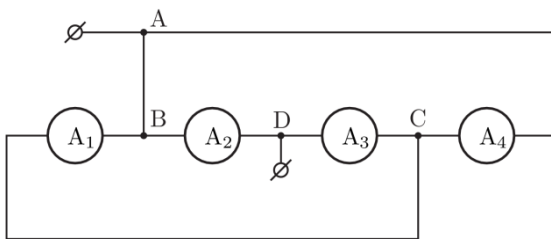


рис. 13

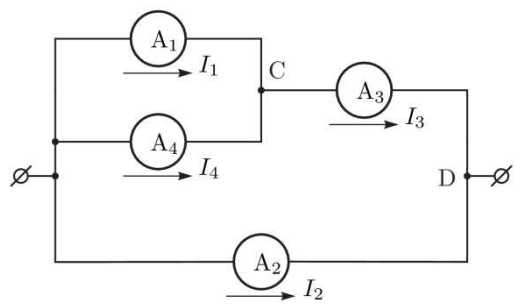


рис. 14

По условию  $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 7I$ , откуда  $I = I_0/7 = 7 \text{ мА}$ . Искомая сила тока через перемычку АВ  $I_{AB} = I_1 + I_2 = 4I = 28 \text{ мА}$ .



**Задача 4.**

Пусть  $v_{x0}$  — проекция скорости тела в начальный момент на горизонтальную ось, а  $v_{y0}$  — на вертикальную. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то проекция скорости тела на горизонтальную ось сохраняется, а проекция на вертикальную ось будет изменяться по закону

$$v_y(t) = v_{y0} - gt.$$

Величина скорости тела в любой момент может быть найдена по формуле

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 2gtv_{y0} + g^2t^2}.$$

По условию

$$\begin{aligned} v(\tau) &= \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 2g\tau v_{y0} + g^2\tau^2} = \alpha \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}, \\ v(2\tau) &= \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 4g\tau v_{y0} + 4g^2\tau^2} = \beta \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Решая эту систему, найдём  $v_{x0} = 10,53 \text{ м/с}$ ,  $v_{y0} = 10,85 \text{ м/с}$ . Время полёта  $t_{\text{п}} = 2v_{y0}/g = 2,21 \text{ с}$ , расстояние от места броска до места падения  $l = v_{x0}t_{\text{п}} = 23,3 \text{ м}$ .

**Задача 5.**

Световые лучи распространяются прямолинейно. Слева на фотографии запечатлены несколько людей вместе с отбрасываемыми ими тенями. Полностью видна тень девушки в чёрном плаще. Через вершины её головы и тени проведём прямую 1, на которой будет лежать изображение Солнца (рис. 15). Тоже справедливо, например, для ребёнка в коляске и его тени. Если на фотографии тень от какого-нибудь прута забора и прут лежат на одной прямой, то на этой же прямой находится изображение Солнца. Найдём на фотографии наиболее подходящий прут и проведём через него линию 2. На пересечении линий 1 и 2 лежит изображение Солнца. Обозначим эту точку S. Зная положение Солнца, можно восстановить положение верхнего края забора. Проведём прямую через верхушку тени, отбрасываемой одним из столбов, и точку S. Проведём также прямую, являющуюся продолжением этого столба. На пересечении двух этих прямых лежит вершина столба (точка A). Аналогичным образом можно найти вершину другого столба (точка B) и через две этих точки провести прямую, соответствующую верхнему краю столба. Эта прямая должна также проходить через точку S — пересечение прямых, являющихся продолжениями тени верхнего края забора и нижнего края забора. Эта точка также может быть использована для восстановления верхнего края забора.



рис. 15

10 класс

**Задача 1. Ящик с пружинами**

Из-за блока сила, растягивающая верхнюю пружину вдвое больше. Тогда, по закону Гука, деформации верхней и нижней пружин одинаковы:  $F = kx$ ,  $2F = 2kx$ . Пусть при смещении свободного конца на  $x$  вниз растяжение верхней пружины увеличивается на  $y$ . При этом блок опустится вниз на  $y$ . Как было показано, растяжение нижней пружины также равно  $y$ . Поскольку нить нерастяжима  $x = 3y$ .

Внешняя сила сначала равна  $F = kx$ , в конце  $F_1 = k(x + y) = (4/3)kx = (4/3)F$  и линейно зависит от  $x$ . Работу этой силы найдём как площадь под графиком  $F(y)$ :

$$A = \frac{F + F_1}{2} x = \frac{7}{6} Fx.$$

**Задача 2. Два в одном**

В процессе 1-2-4 на участке 1-2 к газу подводят тепло  $Q_1$ , а на участке 2-4 газ отдаёт тепло  $Q$ . В процессе 2-3-4 на участке 4-2 к газу подводят тепло  $Q$ , а на участке 3-4 газ отдаёт тепло  $Q_2$ . В процессе 1-2-3-4 на участке 1-2 к газу подводят тепло  $Q_1$ , а на участке 3-4 газ отдаёт тепло  $Q_2$ . В процессах 1-2-4 и 2-3-4 проходит один и тот же участок 2-4, но в разных направлениях, поэтому в одном цикле на этом участке совершается положительная, а в другом такая же по величине, но отрицательная работа. Отсюда следует, что  $A = A_1 + A_2$ .

По определению коэффициента полезного действия

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1}, \quad \eta_2 = \frac{A_2}{Q}.$$

Поскольку  $\eta_1 = \eta_2$ , то  $Q = A_2/A_1 Q_1$ . По закону сохранения энергии для цикла 1-2-4  $A_1 = Q_1 - Q$ . Откуда

$$Q_1 = \frac{A_1^2}{A_1 - A_2}.$$

Зная работу  $A$  и тепло  $Q_1$ , можно найти искомый КПД

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} = 36\%.$$

**Задача 3. Приключения пробирки**

Проверим, не выходит ли часть воздуха из пробирки. В конечном состоянии объем воздуха не может превышать объема пробирки (иначе часть воздуха выйдет), а давление не может превышать атмосферного (давление равно атмосферному, если она будет заполнена в конечном положении целиком и меньше атмосферного, если в ней есть жидкость). Таким образом, по закону Бойля-Мариотта получаем условие:

$$p_{\text{нач}} V_{\text{нач}} = p_{\text{кон}} V_{\text{кон}} \leq p_0 V_{\text{пробирки}}, \text{ т.е. } p_{\text{нач}} V_{\text{нач}} \leq p_0 V_{\text{пробирки}} \text{ откуда } (p_0 + \rho g(l-h))(l-h) - p_0 l \leq 0$$

## Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015

Это условие не выполняется, поэтому мы приходим к выводу, что за время подъёма часть воздуха из пробирки выходит, и к его окончанию пробирка будет целиком заполнена воздухом при атмосферном давлении. Запишем в этом случае уравнение состояния для воздуха:

$$p_0 V_{\text{пробирки}} = \nu R T_0.$$

После изменения температуры уравнение состояния примет вид:

$$p_0 - \rho gh \quad V_{\text{кон}} = \nu RT, \quad \text{где} \quad V_{\text{кон}} = \frac{1-h}{1} V_{\text{пробирки}}.$$

Сокращая в этих уравнениях количество воздуха  $\nu$ , находим искомую температуру:

$$T = \frac{(p_0 - \rho gh)(1-h)}{p_0} T_0 = 186 \text{ К.}$$

Если не учесть выход воздуха, то получается неправильный «ответ»  
 $T = \frac{p_0 - \rho gh}{p_0 + \rho g(1-h)} T_0 = 70 \text{ К.}$

### Задача 4. Сложный сплав

Сопrotивление проводника длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$ , удельное сопротивление которого линейно меняется с расстоянием от  $\rho_1$  до  $\rho_2$  можно найти по формуле:

$$R = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \frac{L}{S}. \quad (2)$$

Для нахождения показания вольтметра мысленно разобьём каждый проводник посередине на два последовательно соединённых (рис. 16). Применим для них формулу (2):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 + (\rho_1 + \rho_2)/2}{\rho_1 + (\rho_1 + \rho_2)/2} = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{3\rho_1 + \rho_2}.$$

Поскольку при последовательном соединении проводников напряжение на них падает пропорционально сопротивлению, падение напряжение на резисторе  $R_2$ :

$$V_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U \frac{3\rho_1 + \rho_2}{4(\rho_1 + \rho_2)},$$

аналогично

$$V_4 = U \frac{R_4}{R_3 + R_4} = U \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4(\rho_1 + \rho_2)}.$$

Падение напряжения на резисторе  $R_2$  равно сумме падений напряжений на резисторе  $R_4$  и вольтметре:

$$V_2 = V_4 + V, \quad \text{откуда} \quad V = V_2 - V_4 = \frac{U}{2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

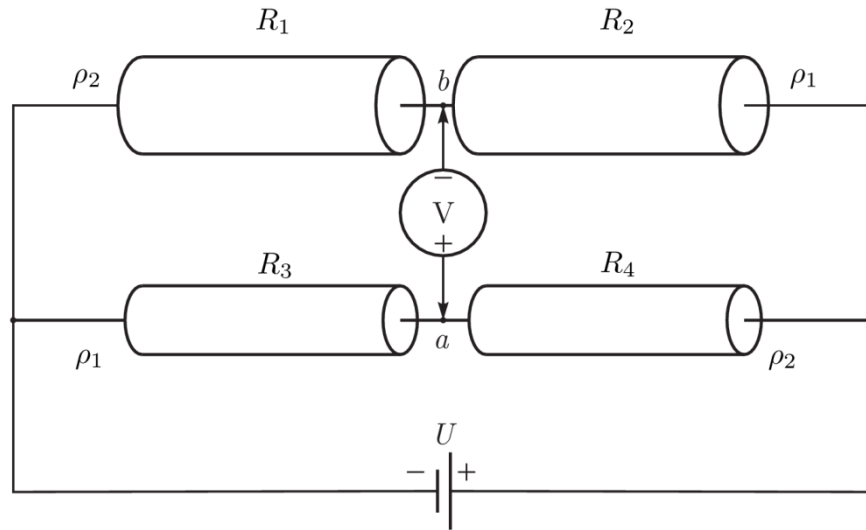


рис. 16

**Задача 5.**

Поскольку шайбы гладкие, при столкновении действующие между ними силы будут направлены вдоль прямой, соединяющей центры шайб (рис. 17). Обозначим скорость второй шайбы после столкновения за  $\vec{v}$ . Поскольку шайбы одинаковы, их массы равны. По закону сохранения импульса скорость первой шайбы после удара будет  $\vec{v}_0 - \vec{v}$ . Поскольку удар абсолютно упругий, кинетическая энергия сохраняется:

$$v_0^2 = (\vec{v}_0 - \vec{v})^2 + v^2 = v_0^2 - 2v_0 v \cos \alpha + 2v^2, \text{ откуда } v = v_0 \cos \alpha.$$

Проекция скорости второй шайбы на ось  $y$  есть  $v \sin \alpha = v_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} v_0 \sin 2\alpha$ .

Проекция максимальна при  $\alpha = 45^\circ$ , в этом случае  $d = \sqrt{2}r$ .

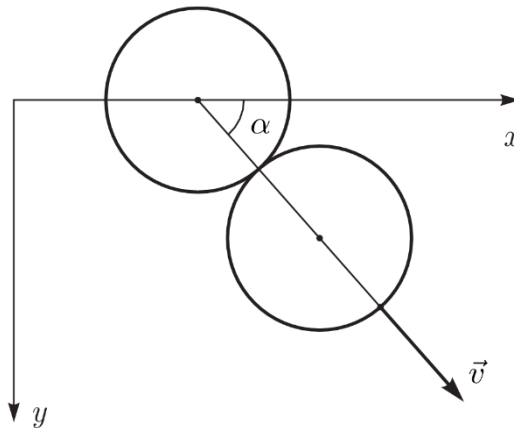


рис. 17

## 11 класс

### Задача 1.

Обозначим массу шарика  $m$ , а длину нити  $l$  и рассмотрим момент, когда нить составляет угол  $\varphi$  с вертикалью. Запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на ось, параллельную нити:

$$m \frac{v^2}{l} = T - mg \cos \varphi. \quad (3)$$

Из закона сохранения энергии найдём квадрат скорости шарика:

$$m \frac{v^2}{2} = mgl(\cos \varphi - \cos \alpha), \quad \text{откуда} \quad mv^2 = 2gl(\cos \varphi - \cos \alpha). \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим

$$T = mg(3 \cos \varphi - 2 \cos \alpha).$$

Видно, что сила натяжения нити минимальна при  $\varphi = \alpha$  и равна  $T_{\min} = mg \cos \alpha$ . При  $\varphi$  таком, что  $\cos \varphi = 2 \cos \alpha$ ,  $T = 4T_{\min} = 2mg \cos \varphi$ . В этот момент нормальное ускорение шарика равно

$$a_n = \frac{T - mg \cos \varphi}{m} = g \cos \varphi,$$

а тангенциальное ускорение шарика равно

$$a_t = g \sin \varphi.$$

Полное ускорение шарика  $a = g \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = g$ .

Ситуация, когда сила натяжения нити в 4 раза превышает минимальную, возможна, если существует такой угол  $\varphi$ , что  $\cos \varphi = 2 \cos \alpha$ , то есть

$$2 \cos \alpha \leq 1, \quad \text{откуда} \quad \alpha_{\min} = 60^\circ.$$

### Задача 2. Перезарядка конденсаторов

Нужно рассмотреть два случая: малых напряжений  $U_0$ , когда правый конденсатор вообще не будет заряжаться, так как напряжение на среднем конденсаторе не превзойдёт напряжение открытия диода  $U_D$ , и случая, когда заряжается и правый конденсатор. Если диод не открывается, то первоначальный заряд левого конденсатора делится поровну между двумя конденсаторами. Напряжения на конденсаторах через большой промежуток времени после замыкания ключа:

$$U_1 = \frac{U_0}{2}, \quad U_2 = \frac{U_0}{2}, \quad U_3 = 0 \quad (\text{конденсаторы пронумерованы слева направо}).$$

Видно, что этот случай реализуется при  $U_D \geq U_0 / 2$ . Выделившуюся в цепи теплоту  $Q$  найдём из закона сохранения энергии:

## Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2 \frac{C(U_0/2)^2}{2} = \frac{CU_0^2}{4}.$$

Поскольку ток через диод не тѣк, всё тепло выделилось на резисторе.

Теперь рассмотрим случай  $U_D < U_0/2$ . При зарядке правого конденсатора напряжение на нём  $U_3$  будет меньше, чем напряжение на среднем  $U_2$  на величину  $U_D$ . Напряжения на левом и среднем конденсаторах  $U_1$  и  $U_2$  к окончанию перезарядки будут равными:  $U_1 = U_2 = U$ . Условие сохранения заряда:

$$CU_0 = 2CU + C(U - U_D), \quad \text{откуда} \quad U = \frac{U_0 + U_D}{3}.$$

Общее количество теплоты, выделившееся к концу процесса в схеме будет равно разности начальной и конечной энергий конденсаторов:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2 \frac{CU^2}{2} - \frac{C(U - U_D)^2}{2} = \frac{C(U_0^2 - U_D^2)}{3}.$$

Тепло, выделившееся на диоде

$$Q_D = q_D \cdot U_D,$$

где  $q_D = CU_3$  — заряд правого конденсатора к концу процесса перезарядки. Таким образом

$$Q_D = \frac{C U_0 U_D - 2U_D^2}{3}.$$

Остальное тепло выделится на резисторе:

$$Q_R = Q - Q_D = \frac{C(U_0^2 - U_0 U_D + U_D^2)}{3}.$$

### Задача 3. Ускорение доски

Пусть  $m$  — масса бруска,  $a$  — искомое ускорение доски,  $ka$  — ускорение бруска ( $k > 1$ ),  $F$  — постоянная сила, действующая на брусок,  $F_{\text{тр}}$  — сила трения между доской и бруском. Запишем вторые законы Ньютона для бруска и доски в проекции на горизонтальную ось:

$$F - F_{\text{тр}} = mka,$$

$$F_{\text{тр}} = Ma.$$

Если за  $t$  обозначить время движения бруска от одного края доски до другого, то в лабораторной системе отсѣта путь, пройденный бруском, равен  $L_m = kat^2/2$ , а путь, пройденный доской, равен  $L_M = at^2/2$ . Разность этих путей есть длина доски:

$$L = L_m - L_M.$$

Работа силы, приложенной к бруску, равна

$$A = F \cdot L_m = (mka + Ma) \cdot L_m. \quad (5)$$

## Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015

Запишем закон сохранения энергии для системы «брусок+доска»:

$$A = \frac{m}{2} (kat)^2 + \frac{M}{2} (at)^2 + Q = mkaL_m + MaL_M + Q.$$

С учётом выражения для работы (5) после сокращения получим:

$$Q = Ma(L_m - L_M) = MaL, \quad \text{откуда} \quad a = \frac{Q}{ML}.$$

### Задача 4. Циклический процесс

График процесса состоит из четырёх прямых, каждую из которых можно задать уравнением вида

$$y + px = c, \quad (6)$$

где  $y = \ln(p/p_0)$ ,  $x = \ln(V/V_0)$ , а  $c$  — некоторая константа. Для участков АВ и CD  $n=1$ , а для участков ВС и AD  $n=4/3$ . Произведя потенцирование выражения (6), получим

$$pV^n = c_1, \quad \text{где} \quad c_1 = p_0 V_0^n e^{c_1}.$$

Участки АВ и CD описываются уравнением  $pV = \text{const}$ , то есть являются изотермами, а участки ВС и AD описываются уравнением  $pV^{4/3} = \text{const}$ , то есть являются адиабатами (газ многоатомный). Значит, исследуемый процесс есть цикл Карно, его КПД

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  — температура на верхней изотерме, а  $T_2$  — на нижней. Из уравнения состояния идеального газа следует, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_D V_D}{p_B V_B} = \frac{p_D}{p_B} = e^{-0.2} = 0,82.$$

Откуда

$$\eta = 18\%.$$

### Задача 5. Провисла-натянулась

1. Пусть  $T$  — сила натяжения резинки, тогда сила, действующая со стороны блока на брусок 3 равна  $2T$ . Ускорения брусков обозначим  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  соответственно. По второму закону Ньютона

$$m_1 a_1 = T; \quad m_2 a_2 = T; \quad m_3 a_3 = 2T.$$

Тогда тоже отношение справедливо для изменения импульсов (с учётом направлений)

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 = 2m_3 (V - v_3).$$

Скорость изменения длины нити  $dL/dt = 2v_3 - (v_1 + v_2)$  при наибольшем растяжении обращается в ноль, то есть  $v_1 + v_2 = 2v_3$ .



Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015

Откуда

$$v_3 = m_3 \cdot m_1 + m_2 \cdot V / (m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2) ;$$

$$v_1 = 2m_3 m_2 V / (m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2) ;$$

$$v_2 = 2m_3 m_1 V / (m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2).$$

2. Остаётся в силе следствие второго закона Ньютона

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 = 2m_3 (V - v_3).$$

При возвращении резинки снова в ненапрянутое состояние, по закону сохранения энергии:

$$m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} + m_3 \frac{v_3^2}{2} = m_3 \frac{V^2}{2}.$$

Откуда

$$v_3 = (4m_1 m_3 + 4m_3 m_2 - m_1 m_2) V / (m_1 m_2 + 4m_1 m_3 + 4m_3 m_2) ;$$

$$v_1 = 4m_3 m_2 V / (m_1 m_2 + 4m_1 m_3 + 4m_3 m_2) ;$$

$$v_2 = 4m_3 m_1 V / (m_1 m_2 + 4m_1 m_3 + 4m_3 m_2).$$

3. Подставляю в полученную в первом пункте формулу числовые значения, находим

$$v_3 = \frac{9}{11} \text{ м/с}.$$